Лекция 2.

• Поляризации фотона в магнитном поле

магн. поле $\vec{B} \parallel z$

если импульс фотона $\perp$ магн. полю,

направим $\vec{q} \parallel x$

2 поляризации: $\varepsilon_\mu^{(1)} \parallel y$, $\varepsilon_\mu^{(2)} \parallel z \ (\parallel \vec{B})$

перпендик. полю — параллельно полю

В общем случае ($\vec{q} \not\perp \vec{B}$) вводим $\varphi_{\mu\nu} \equiv \frac{F_{\mu\nu}}{B}$, $\tilde{\varphi}_{\mu\nu} \equiv \frac{\tilde{F}_{\mu\nu}}{B} = \varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\frac{F_{\lambda\rho}}{B}$

Поляризации: $\varepsilon_\mu^{(1)} = \frac{(q\varphi)_\mu}{\sqrt{q_\perp^2}}$, $\varepsilon_\mu^{(2)} = \frac{(q\tilde{\varphi})_\mu}{\sqrt{q_\parallel^2}}$

совпадают в случае $\vec{q} \perp \vec{B}$ с введёнными ранее

где: $q_\perp^2 = (q\varphi\varphi q)$

$q_\parallel^2 = (q\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}q) = q_0^2 - q_z^2$ — HW показать

• Распад фотона на e^+e^--пару в сильном магнитном поле

(вклад 0го уровня Ландау).

магн. поле $\vec{B} \parallel z$ — обозначение: $\beta = eB$

Энергия электронов: $E_n^2 = p_z^2 + m^2 + 2n\beta$ — n – номер уровня Ландау.

В сильном поле если $\beta \gg m^2$, $\beta \gg E^2 \longrightarrow$ только $n=0$ нулевой уровень

Рассм. $\gamma \to \underline{\underline{e^+e^-}}_{\substack{n=0\\ s=-1}}$

$$\mathcal{L}_{int} = e\left(\bar{\Psi}(x)\gamma^\mu A_\mu(x)\Psi(x)\right)$$

$$A_\mu = \sum_{\lambda=1,2}\int d^3q \frac{1}{\sqrt{2\omega}}\left(c_\lambda \varepsilon_\mu^{(\lambda)} e^{-iqx} + c_\lambda^+ \varepsilon_\mu^{(\lambda)*} e^{iqx}\right)$$

$$\Psi(x) = \int dp_x dp_y dp_z \left(a_{p,1} \psi^+(x) + b^+_{q,1} \psi^-(x) \right)$$

позитрон $\psi^+ = \dfrac{(eB/\hbar)^{1/4}}{\sqrt{2E'(E'+m)}} u_{p'} e^{-\xi'^2/2} e^{-iE't + ip_y'y + ip_z'z}$ $\quad || \ \xi' = \sqrt{\beta}\left(x + \dfrac{p_y'}{\beta}\right)$

электрон $\psi^- = \dfrac{(eB/\hbar)^{1/4}}{\sqrt{2E(E-m)}} u_{-p} e^{-\xi^2/2} e^{iEt - ip_y y - ip_z z}$ $\quad || \ \xi = \sqrt{\beta}\left(x - \dfrac{p_y}{\beta}\right)$

4-спиноры $\quad u_{p'} = \begin{pmatrix} 0 \\ E'+m \\ 0 \\ -p_z \end{pmatrix} \quad u_{-p} = \begin{pmatrix} 0 \\ E-m \\ 0 \\ -p_z \end{pmatrix}$

<u>матричный элемент, поляризация фотона λ</u>

$$M_\lambda = e \frac{(eB/\hbar)^{1/2}}{2\sqrt{EE'}\sqrt{2\omega}\sqrt{(E-m)(E'+m)}} \int d^4x \left(\overline{u}_{p'} \left(\varepsilon^{(\lambda)} \gamma \right) u_{-p} \right) \cdot e^{i(E+E'-\omega)t - i(p_y+p_y'-q_y)y} \cdot$$

$$\cdot e^{-i(p_z + p_z' - q_z)z} \cdot e^{iq_x x - \xi^2/2 - \xi'^2/2}$$

интегралы $\int dt\, dy\, dz \longrightarrow (2\pi)^3 \delta^{(3)}(p+p'-q)$

без огр. общности выберем $q_y = 0$ (x вдоль $\vec{q}_\perp$) $\longrightarrow p_y' = -p_y$, $\xi = \xi'$

$$\int dx\, e^{iq_x x - \beta(x - p_y/\beta)^2} = e^{-\beta(x + p_y/\beta - iq_x/2\beta)^2} \cdot e^{-ip_y q_x - q_x^2/2\beta}$$

$q_x^2/2\beta \ll 1$ в сильном поле

$$|M_\lambda|^2 \sim \underbrace{\left|\overline{u}_{p'} \left(\varepsilon^{(\lambda)}\gamma\right) u_{-p}\right|^2}_{\text{спинорная часть}} = \mathrm{Tr}\left[\rho[p']\, \varepsilon^{(\lambda)}\gamma\, \rho(-p)\, \varepsilon^{(\lambda)}\gamma \right]$$

спиновые суммы:

$$\rho(p') = \left((p'\gamma)_{\parallel} + m \right) \Pi_-$$
$$\rho(-p) = \left((p\gamma)_{\parallel} - m \right) \Pi_-$$

где $\Pi_- = \frac{1}{2}(1 - i\gamma_1\gamma_2)$, $\quad p_{\parallel} = (E, 0, 0, p_z)$

$$\mathrm{Tr}\left[\,p(p')\,(\varepsilon^{(1)}\gamma)\,p(-p)\,\varepsilon^{(1)}\gamma\,\right] = 0$$

1-я поляризация не распадается   <u>HW</u> пок-ть

$$\mathrm{Tr}\left[\,p(p')\,(\varepsilon^{(2)}\gamma))\,p(-p)\,\varepsilon^{(2)}\gamma\,\right] = 4m_e^2$$ <u>HW</u> пок-ть

2-я поляризация распадается.